

2022年度 公立大学法人北九州市立大学特別研究推進費 実績報告書

2023年4月27日

北九州市立大学長 様

(所属・職名) 経済学部・准教授
(氏名) 村原英樹

公立大学法人北九州市立大学特別研究推進費に係る研究実績について、次の通り報告します。

研究課題名	q-有限多重ゼータ値の巡回類似に関する研究					
	合計	使用内訳 (単位:円)				
交付決定額		備品費	消耗品費	報酬	その他	旅費交通費
執行額	600,000	0	599,738	0	262	0
執行残額	0					
共同研究者	所属・職名		氏名		役割分担等	

研究分野：多重ゼータ値

キーワード：多重ゼータ値、有限多重ゼータ値、対称多重ゼータ値、q-多重ゼータ値、金子-Zagier 予想、巡回関係式

研究成果の概要（和文）

本研究は、q-有限多重ゼータ値の一般化であるq-有限多重ゼータ値の巡回類似を考え、金子-Zagier 予想の解決に向け、q-有限多重ゼータ値の巡回類似が満たす広範な関係式族、特に、研究代表者が過去の研究で得た「巡回多重ゼータ値の巡回関係式」の「q-有限多重ゼータ値の巡回類似における対応物」を得ることを目標とするものである。

結果として、研究代表者のこの試みはある程度成功し、過去の研究で得られた成果を一般化することができた。議論の詳細部分（特に収束性の部分）について、まだ考察すべき点があるため、完成し次第、論文として発表する予定である。

研究成果の学術的意義や社会的意義

多重ゼータ値は1980年代頃から、盛んに研究されている対象である。また q-有限多重ゼータ値については、近年、Bachmann 氏、竹山氏、田坂氏によって、金子-Zagier 予

想（有限多重ゼータ値と対称多重ゼータ値の同型予想）に関する興味深い考察がなされている。本研究は、その研究および研究代表者が過去に得た結果に関連する内容である。

1. 研究の背景

研究代表者は、2018年に多重ゼータ値の一般化である「巡回多重ゼータ値」を考案し、広瀬氏、村上氏との共同研究で、巡回多重ゼータ値上の広範な関係式族（巡回関係式）を証明した。この巡回関係式は、多重ゼータ値研究で著名な論文（金子-Zagier(2006)）の主結果の1つである導分関係式を含み、さらに別の論文（Hoffman-大野(2003)および大野-若林(2006)）の結果を含むものである。

一方、Bachmann-竹山-田坂(2018)は q -有限多重ゼータ値を考察し、「金子-Zagier予想」の解決に向けた興味深い結果を得た。（しかしまだ、金子-Zagier予想を解決するまでの道のりは遠いと思われる。）

本研究では、 q -有限多重ゼータ値の巡回類似について考察する。

2. 研究の目的

研究代表者が得た巡回関係式は、多重ゼータ値の有名な関係式族である導分関係式（金子-Zagier(2006)）と巡回和公式（Hoffman-大野(2003)および大野-若林(2006)）を含むものであった。一方、その研究内容をもとに考案した有限多重ゼータ値の巡回類似における関係式族（村原(2020)）の対称多重ゼータ値および q -有限多重ゼータ値における類似物については、まだ未解明であった。本研究においては、これらについて考察を目的としたものである。

3. 研究の方法

基本的な発想としては、研究代表者が過去に得た結果（有限多重ゼータ値の巡回類似についての考察）と同様の方針を採用し、研究を進めた。議論のいくつかの点において、既知のものとは異なる点などがあったため、その点についての研究を中心に行った。

4. 研究成果

村原(2020)で得られた結果を q -有限多重ゼータ値に一般化することに成功した。一方、収束性の議論にはまだ考察すべき点が残っており、その議論が完成し次第、論文として発表する予定である。